

SEKİZİNCİ SINIF ÖĞRENCİLERİNİN ÜSLÜ İFADELERİ AÇIKLAMA VE TEMSİL ETME BİÇİMLERİNİN İNCELENMESİ¹

Ayşenur ATICI², Melike TURAL SÖNMEZ³

Öz

Bu araştırmada sekizinci sınıf öğrencilerinin üslü ifadeleri açıklama ve temsil etme biçimlerinin incelenmesi amaçlanmıştır. Verilerin toplanması, analizi ve yorumlanmasında nitel araştırma yaklaşımları arasında yer alan durum çalışması yöntemi kullanılmıştır. Araştırma, bir devlet ortaokulunda sekizinci sınıfta öğrenim gören altı öğrenciye uygulanmıştır. Bu süreçte veri toplamak amacıyla literatür taranarak geliştirilen ve uzmanlardan görüşlerin de alındığı, açık uçlu sorulardan oluşan bir yarı yapılandırılmış görüşme formu uygulanmıştır. Veri toplama araçları video kaydı, ses kaydı, öğrenci çizim ve çalışmaları, araştırmacı gözlem notlarından oluşmaktadır. Görüşme yaklaşık 45 dakika sürmüştür. Elde edilen verilerin analizinde betimsel analiz kullanılmıştır. Araştırmanın sonuçları, sekizinci sınıf öğrencilerinin üslü ifadeleri açıklamalarında en çok kural temelli açıklamayı, temsil türlerinde ise dış temsilleri kullandığını göstermiştir. Araştırmada öğrencilerin üssü sayılar konusunda iç temsiller oluşturabilmeleri ve kabul edilebilir matematik temelli açıklamalar yapabilmeleri için önerilerde bulunulmuştur.

Anahtar Kelimeler: Üslü ifadeler, Matematiksel Açıklama, İç Temsil, Dış Temsil

Examination of Eighth Grade Students' Explanation And Representation of Exponential Expressions

Abstract

This research was conducted to examine eight grade students' explanations and representations of the exponential expressions. The case study method, which is one of the qualitative research approaches, was used in the collection, analysis and interpretation of data. The research was applied to six eighth grade students in a public secondary school. In order to collect data in this process, an interview form consisting of open-ended questions, developed by scanning the literature and receiving opinions from experts, was applied. The interview took approximately 45 minutes. In the analysis of the data obtained, descriptive analysis was used in accordance with the research design. The results obtained from this study showed that eighth grade students mostly used rule-based explanations in exponential representations and external representations. Suggestions were made to help students create internal representations of exponent numbers and make acceptable mathematics-based explanations.

Keywords: Exponential Expressions, Mathematical Explanation Type, Internal Representation, External Representation

¹ Bu makale ilk yazarın yüksek lisans tez çalışmasından üretilmiştir.

² **Sorumlu Yazar:** Yüksek Lisans Öğrencisi - Öğretmen, Kırıkkale Üniversitesi Matematik Öğretmenliği, aysenur.urcan@gmail.com, <https://orcid.org/0000-0002-2089-6866>

³ Doçent, Kırıkkale Üniversitesi Matematik Öğretmenliği, mtural5@yahoo.com, <https://orcid.org/0000-0002-3302-6982>

Giriş

Günümüzde halen uygulanmakta olan matematik dersi ortaokul öğretim programında bulunan konulardan biri üslü ifadeler konusudur. Öğrenciler üslü ifade kavramını matematik derslerinde ilk kez beşinci sınıfta öğrenmeye başlarlar (MEB, 2018). Üslü ifadeler 2018 yılı matematik dersi ortaöğretim programında bulunan “üslü ifadeler ve denklemler, ikinci dereceden fonksiyon ve grafikleri, ikinci dereceden iki bilinmeyenli denklem sistemleri, ikinci dereceden bir bilinmeyenli eşitsizlikler ve eşitsizlik sistemleri, üstel fonksiyon, üstel denklemler ve eşitsizlikler konuları için temeldir (MEB, 2018). Bu nedenle öğrencilerin ilköğretimde üslü ifadelerle ilgili oluşturdukları açıklamalar ve temsiller önemlidir. Üslü ifadelerin temsilleri ve açıklamalarının doğru ve sağlam bir şekilde oluşturulması, lise düzeyinde öğrencilerin kavramlar arasında doğru ilişkilerin kurabilmesi, bağlamsal düşünebilmeleri açısından önemli olabilmektedir.

Cengiz (2006) üslü ifadeler konusunun öğrencilerin zorlandıkları konulardan biri olduğunu belirtmiştir. Sastre ve Mullet (1998) üslü ifadelerin öğretiminde farklı iki tür zorlukla karşılaşıldığını ifade etmektedir (Aktaran Satan, Aksakal, Ay, 2021). Bunlardan birincisi, üslü ifadelerde sayıların gösterimi yeterince basit ve anlaşılır olmamasından kaynaklanmaktadır. Diğer bir deyişle üslü ifadeler kuvvetler ve tabanlardan oluşan şifreli bir sistemdir ve bu sistemi çözmek üslü ifadeleri anlayabilmek için ön koşuldur. Zorluklardan ikincisi ise üslü ifadelerin değerinin tahmininin zor olmasıdır. Buradaki zorluk üsteki sayının büyümesiyle artmaktadır. Bu yüzden üslü ifadelerin anlaşılabilmesi için çeşitli yaklaşımlar geliştirmek gerekebilir. Bu açıdan üslü ifadelerin temsil edilmesi ve öğrenci düşüncüsü odaklı matematiksel açıklamalar önemli olabilmektedir. İlerleyen bölümde matematiksel temsiller ve matematiksel açıklamalar ayrı ayrı başlıklar halinde ele alınacaktır.

Matematikte Temsiller

Matematik eğitiminde sıkça ele alınan konulardan biri matematiksel temsillerdir. Matematiksel temsiller literatürde ‘çoklu temsiller’ olarak ele alınabilmektedir. Çoklu temsiller; “bir kavramın; grafiksel, sözel ve matematiksel temsiller vb. temsil türleriyle tekrar temsil edilmesini; kavramların öğrencilere bir defadan fazla formatta sunulmasını” ifade etmektedir (Prain & Waldrup, 2006, s. 1844). Çoklu temsil teorisinde anlamının ayırıcı özelliklerini “matematiksel düşünceyi belirlerken temsilleri farklılaştırma, farklı temsillerle ifade edilmiş bilgiyi kendi yararı için kullanma, bilgiyi temsiller arasında aktarma, öğrencinin içsel temsiller yapılandırma, uygun bir temsil olduğuna, problem çözümlerinde kullanılabilecek olmasına göre karar verebilme, kavramların türlü temsillerinin benzerliklerini ve farklılıklarını, buna dayalı güçlü ve güçlü olmayan yönlerini tanımlama şeklinde ifade etmişlerdir (Owens & Clements, 1997). Öğrencilerin kavramları daha ayrıntılı anlamaları için çoklu temsillerin etkin kullanılmasını sağlamak gereklidir (Hiebert & Carpenter, 1992; Piez & Voxman, 1997; Van der Meij & De Jong, 2006).

Goldin ve Kaput, (1996) matematiksel temsilleri “iç temsil” ve “dış temsil” şeklinde iki boyutta ele alınmaktadır. İç temsiller kişilerin çevresinde rastladığı, formüle dönüştürdüğü ve

kendi tecrübelerinden elde ettikleri bilgiler ışığında yeniden yapılandırdıkları zihinsel imgelerden, şekil ve bilgilerden oluşmaktadır (Goldin ve Kaput, 1996). Dolayısıyla doğrudan gözlenemedikleri ve bu yüzden imgesel oldukları söylenebilir. Hiebert ve Carpenter (1992) iç temsiller yardımıyla zihinde oluşan bilgi ağları ve matematiksel fikirler arasında kurulan bağ sayısının bilginin kalıcı hale dönüşmesi ve içselleştirilmesi ile ilişkili olduğunu belirtmiştir. Bir diğer temsil türü olan dış temsiller ise matematiksel kavram ve fikirlerin anlaşılıp aktarılmasını sağlayan gözlemlenebilir araçlardır (Goldin, 1998). Fiziksel şekillendirmeler olarak da bilinen dış temsillerin uygulama alanındaki karşılıkları kelime, grafik, resim, denklem veya sanal nesneler şeklindedir (Goldin ve Kaput, 1996).

Matematiksel temsiller konusunda yapılan çalışmalar genel olarak değerlendirildiğinde çalışmaların öğrencilerinin hangi temsil türlerini kullandıklarını, matematik öğretiminde yer alan temsillerin öğrenci başarısına etkisinin ve kullanılan temsiller arasında geçiş becerilerinin incelenmesi amacıyla gerçekleştirildiği görülmektedir.

Ülkemizde temsiller üzerine matematik eğitimi alanında çeşitli araştırmaların gerçekleştirildiği görülmektedir. Bunlardan bazıları: ortaokul ve lise öğrencilerinin temsil kullanımları (Bulut, Aygün ve İpek, 2018); matematik öğretmen adayları ve sınıf öğretmen adaylarının temsil kullanımları (Çelik ve Sağlam-Arslan, 2012; Dünder ve Yılmaz, 2015; Yıldırım ve Albayrak 2016) matematik öğretmenlerinin temsil kullanımları, (İpek ve Okumuş, 2012) farklı disiplinlerde temsil kullanımları (Eroğlu ve Tanışlı, 2015; Tataroğlu-Taşdan ve Çelik, 2015; Yayla ve Özsevgeç, 2015) temsillerin ders kitaplarındaki yeri (İncikabı, 2017; İncikabı ve Biber, 2018) şeklindedir.

Matematiksel Açıklama

Matematik öğretmenlerin yürüttükleri öğretim süreci çerçevesinde yaptıkları matematiksel açıklamaların, matematik üslubu açısından oldukça önemli olduğu söylenebilir (Çekmez, Güler & Koca, 2023). Matematiksel açıklamalar kavramların oluşması ve ilişkilendirilebilmesine katkı sağlayabilir. İlkokul ve ortaokul yıllarında öğrencilerin matematiksel ispat yapabilmeleri zor olabilmektedir buna karşın; küçük yaşlardan itibaren çocuklar da kavramlara ve işlemlere yönelik açıklamalar yapabilmektedirler. Yeşildere (2007) öğrencilerin yaptıkları matematiksel açıklamalara dayanarak problem çözme sürecinde ilişkilendirme ve mantıksal akıl yürütmede sorun yaşadıklarını belirtmiştir. Bu duruma neden olan faktörler öğrencilerin verilenlerden hareketle değil öznel görüşlerine dayanarak akıl yürütmeleri, düşüncelerini kanıtlar sunarak ve açıklamalar yaparak ifade edememeleri ve verilenler arasında ilişkilendirme yaparak problemleri çözmemeleri olarak belirlemiştir (Yeşildere; 2007). Hafner ve Mancosu (2005) matematiksel açıklamaların matematik literatüründe “derin sebep, özün anlaşılması, daha iyi bir anlayış, tatmin edici bir sebep, gerçek sebep, gerçeğin açıklaması için ele alındığını” belirtmişlerdir. Koren (2004) açıklamaları matematiksel temelli açıklama, uygulama temelli açıklama ve kural temelli açıklama şeklindeki kategoriye göre incelemiştir. Kural temelli açıklamalar matematiksel tanım ve ifadelerden uzak bir şekilde ezber niteliğinde ele alınırken, matematiksel temelli açıklamalar

matematiksel ifadeleri ve terimleri ve ilişkileri temele alarak açıklama yapmayı gerektirmektedir. Uygulama temelli açıklamalar ise gerçek hayat ile matematiksel kurallar ve kavramların ilişkilendirmeleri çerçevesinde açıklamaları içermektedir. “Matematik temelli açıklamalar” kavramsal, kuramsal, içerik-odaklı olurken, “uygulama temelli açıklamalar” matematiksel kavramları gerçek yaşamla ilişkilendirme, modelleme, sembollerini pratik senaryolara uyarlama, uygulamalı ve gerçekçi problemler üzerinden açıklamayı içermektedir. Lachner, A., & Nückles, M. (2016) matematik öğretmenlerinin çoğunun kural temelli açıklamaları tercih ederken, bu tür açıklamaların öğrencinin genelleme, esneklik ve transfer yeteneği üzerinde sınırlı etkisi olduğunu belirtmektedir. Oysa uygulama temelli açıklamaların öğretimde yer almasının, öğrencilerin mantıksal akıl yürütme, yenilikçi düşünce ve uygulama yeteneklerini artırıldığı görülmüştür (Venkat, 2015). Yang ve diğerleri (2021) öğrencilerin matematiksel kavramları anlayabilmeleri için bu kavramları önceki öğrendiği kavramlara bağlaması gerektiğini; bağlantının kurulduğu durumlarda kavramın hem teorik hem pratik yönleriyle içselleştirilebildiğini göstermektedir. Bu manada matematik temelli ve uygulama temelli açıklamaların birlikte kullanılmasını teşvik edilmesi gerektiği vurgulanmaktadır (Yang ve diğerleri, 2021).

Amaç

Alan yazın matematiksel açıklamalar içeriğinde incelendiğinde; öğretmenlerin ve öğretmen adaylarının konu anlatımlarında matematiksel açıklamalarını konu alan birçok araştırmaya rastlanmasına karşın (Koren, 2004; Lachner, A., & Nückles, M., 2016; Venkat, 2015; Yang ve diğerleri, 2021) öğrencilerin üslü ifadeleri açıklamalarına yönelik çalışmalar sınırlıdır. . Güzel ve Yılmaz (2020) sekizinci sınıf öğrencilerinin üslü ifadeler konusunda matematiksel dili anlayabilme ve kullanabilme düzeylerinin orta seviyede olduğunu belirtmiştir.

Üslü ifadeler konusu lise konularına temel oluşturan konulardan biridir. Üslü ifadeler konusunda yapılan çalışmalar incelendiğinde; çalışmaların çoğunun ortaokul düzeyinde; sekizinci sınıfta öğrenim görmekte olan öğrencilerle yapıldığı görülmektedir (Zihar, 2018; Temel, 2018; İymen, 2012; Bayram, 2013; Güzel ve Yılmaz, 2020). Araştırmalar genel olarak tutum ve kaygı (Aslan, 2018; Temel, 2018), sayı duyusu (Bayram, 2013; İymen, 2012), matematiksel dil kullanımı (Güzel ve Yılmaz, 2020), matematiksel modelleme yöntemi (Zihar, 2018) kullanılarak oluşturulmuştur. Bu çalışmanın amacı, sekizinci sınıf öğrencilerinin üslü ifadeler konusundaki kavramları açıklama ve temsil türlerini belirlemektir. Bu amaç doğrultusunda sekizinci sınıf öğrencilerinin, üslü ifadeleri gerçekçi problemlerle açıklamaları, negatif üs kavramına ilişkin açıklama ve temsilleri, üslü ifadeleri örüntülerle açıklama ve temsil etme biçimleri, sıfırıncı kuvvete ilişkin açıklamalarını ortaya çıkarılması hedeflenmiştir.

Belirtilen amaçlara araştırmada ulaşabilmek için genel problem cümlesini ‘Sekizinci sınıf öğrencileri üslü ifadeleri nasıl açıklamışlardır? Hangi temsil türlerini kullanmışlardır?’ sorusu oluşturmaktadır. Bu problemin çözümü için cevap aranan alt araştırma soruları ise şu şekildedir:

- Sekizinci sınıf öğrencileri üslü ifadeleri gerçekçi problemlerle nasıl açıklamaktadırlar?

- Sekizinci sınıf öğrencilerinin negatif üs kavramına ilişkin açıklama ve temsilleri nelerdir?
- Sekizinci sınıf öğrencilerin üslü ifadeleri örüntülerle açıklamaları nasıldır?
- Sekizinci sınıf öğrencilerin sıfırıncı kuvvete ilişkin açıklamaları nelerdir?

Yöntem

Araştırmanın Deseni

Bu araştırmada sınırlı örneklem ile sekizinci sınıf öğrencilerinin üslü ifade kavramına ilişkin açıklama ve temsil türlerini derinlemesine incelendiği için çalışmanın yöntemi durum çalışması olarak belirlenmiştir.

Çalışma Grubu

Araştırmada, matematik başarısı sınıf başarısının ortalamanın üstünde bulunan ve araştırmacı tarafından kendilerine kolaylıkla ulaşılabilen sekizinci sınıf öğrencileri arasından amaçlı örnekleme yoluyla çalışma grubu oluşturulmuştur. Öğrencilerin başarılı gruptan seçilmelerinin nedeni ön bilgilerinin eksik olmama ihtimalinin yüksek olmasından kaynaklanmaktadır. Öğrencilerin seçimi yaparken öğrencilere ‘Bir doğal sayının üssü ne ifade eder? Örnek vererek açıklayınız.’, ‘Taban ve üs kavramı nedir? Örnek vererek açıklayınız.’ Soruları sorulmuştur. Öğrencilerin verdikleri cevaplardan öğrencilerin ön bilgilerinden, taban ve üs kavramlarını ifade etme biçimlerinin benzerlik gösteren öğrencilerden seçim yapılmıştır. Öğrencilerin her biri “Üs, tabanın kaç kere çarpılacağını açıklar.” şeklinde ya da benzerinde ifadeler kullanmışlardır. Çalışma grubu İç Anadolu’da bulunan bir devlet okulundaki sekizinci sınıfta öğrenim gören 6 öğrenciden oluşmaktadır. Öğrenciler aynı okulda farklı şubelerde öğrenim gören öğrencilerden seçilmiştir. Çalışmadaki öğrencilerin başarı durumları hakkındaki bilgi Tablo 1’de verilmiştir. Tablo 1 de öğrencilerin yedinci sınıf matematik dersi karne notlarının verilmesinin sebebi öğrencilerin başarı durumlarının betimlenmesidir. Öğrenci isimleri kız ise “K”, erkek ise “E” şeklinde kodlanmıştır.

Tablo1. Örneklem grubunun betimi

Öğrenci İsimleri	Cinsiyet	Matematik Notu
K1	Kız	90
E1	Erkek	100
K2	Kız	100
K3	Kız	90
K4	Kız	85
E2	Erkek	80

Veri Toplama Aracı

Araştırmada veri toplama aracı olarak yarı yapılandırılmış görüşme formu kullanılmıştır. Araştırmanın görüşme esnasında araştırmacı tarafından araştırma gözlem

notu alınmıştır. Yarı yapılandırılmış görüşme formunun tasarlanması 3 aşamadan oluşmuştur. Bunlar; alan yazın taraması, uzman görüşü alma ve ön uygulama aşamalarıdır. Yarı yapılandırılmış görüşme formunun oluşturulması için öncelikli olarak ortaokul matematik dersi öğretim programı dikkate alınarak üslü ifadeler ile ilgili kazanımlar belirlenmiştir. Üslü ifadeler konusunda yurt içi ve yurt dışı çalışmalar (Aslan, 2018; Bayram, 2013; Crider, 1998; Güzel Yılmaz, 2020; Hafner Moncosu, 2005; Teresa Munoz Sastre Etienne Mullet, 1998; Satan, Aksakal, Ay, 2021; Zihar, 2018) incelenmiş ve üslü ifadeler konusunda temel kavramlar belirlenmiştir. Hazırlanan taslak görüşme formunda yer alan birinci ve ikinci sorular öğrencilerin taban ve üs kavramına ilişkin görüşlerini; üç, dört ve yedinci sorular öğrencilerin üslü ifadeler konusunda bağlamsal düşünceleri üzerine görüşlerini; beşinci soru negatif üs kavramına ilişkin görüşlerini; altıncı soru ise öğrencilerin üslü ifadeleri temsil biçimlerini ortaya çıkarmaya yönelik sorulmuştur. Hazırlanan görüşme formu öncelikle görev yapmakta olan sekiz matematik öğretmeni ve üslü ifadelerle ilgili araştırma yapmış olan beş öğretim üyesi tarafından gözden geçirilmiştir. Bu görüşlerden araştırmacılardan gelen görüşler A, öğretmenlerden gelen görüşler Ö ile kodlanmıştır. Uzman görüşlerinden gelen görüşler neticesinde öğrencilerin temsil ve açıklama biçimlerini ortaya çıkarmayacağı düşünülen sorular veri toplama aracı değiştirilmiş ya da çıkartılmıştır. Görüşme formunda uzman görüşünün doğrultusunda yapılan değişikliklere örnekler Tablo 2’de yer almaktadır. Araştırmacılar tarafından geliştirilen ve uzman görüşlerinin ardından revize edilen açık uçlu sorulardan oluşan bir görüşme formunun ön uygulaması yapılmıştır.

Tablo 2. Görüşme formunda uzman görüşleri doğrultusunda yapılan değişikliklerden örnekler

Uzman	Soru	Uzman Görüşü	Yapılan Değişiklik
A2	1.soru	“Bir doğal sayının üssü” ifadesi daha anlaşılır olabilir.	Öncesi: Doğal sayı üssü sizce ne ifade eder? Örnek vererek açıklayabilirsiniz.
A3	1.soru	“Bir doğal sayının üssü size ne ifade etmektedir? Örnek vererek açıklayınız.” İfadesi daha uygun.	Sonrası : Bir doğal sayının üssü ne ifade eder? Örnek vererek açıklayınız.
A1	6.soru	Sayı örüntüsü derken 2-4-9-16-25-.. gibi kuvvet almak mı soruluyor? Çok farklı cevaplar gelebilir (çarpımsal, toplamsal...). Sınırlayabiliriz.	Öncesi: Üslü sayıları kullanmayı gerekli kılan bir sayı örüntüsü oluşturunuz. Sonrası: Üslü sayılardan oluşan sayı örüntüsü oluşturunuz.

Araştırmacılar tarafından geliştirilen ve uzman görüşlerinin ardından revize edilen açık uçlu sorulardan oluşan bir görüşme formunun pilot uygulaması bir öğrenci ile yapılmıştır. Pilot uygulama ardından görüşme formunda bir değişiklik yapılmamıştır.

Verilerin Toplanma Süreci

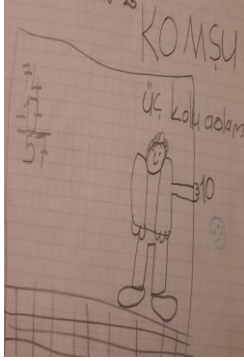
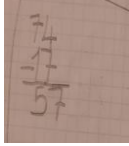
Veriler Eğitim-Öğretim yılı ikinci yarısında ve 2022-2023 Eğitim Öğretim yılı ilk yarısında sekizinci sınıfta öğrenim görmekte olan öğrencilerden, üslû ifadelerle ilgili kazanımların matematik dersinde işlenilmesinin ardından toplanmıştır. Bunun nedeni veri toplama aracının sekizinci sınıf seviyesinde üslû ifadeler kazanımlarına yönelik hazırlanmış olmasındandır. Görüşme şeklinde yapılan veri toplama sürecinde öğrencilerin açıklama ve çizimlerine odaklanan video kaydı alınmıştır. Ayrıca öğrencinin zihnindekini matematiksel model ve çizimlerle ifade etmesi sağlanmış ve araştırmacı gözlem notları alınmıştır. Yine bu süreçte sessiz, dikkati dağıtan unsurların minimum düzeyde olduğu, öğrencinin kendini rahatlıkla ifade edebileceği bir ortam seçilmiştir. Görüşmeler yaklaşık 45 dakika sürmüştür.

Verilerin Analizi

Görüşme esnasında alınan ses ve video kaydı transkript edilmiştir. Ayrıca öğrenci ses kaydı, öğrenci çizimleri ve araştırmacı gözlem notları temsil ve açıklama türlerine göre analiz edilmiştir. Elde edilen verilerin analizinde, literatürden yararlanılarak oluşturulan bir analiz çerçevesi oluşturulduğundan, betimsel analiz kullanılmıştır. Öğrencilerin matematik öğretiminde oluşturulan genel kuralları, oluşturdukları gerçekçi problemleri ve çözüm tekniklerinin altında yatan anlamı nasıl açıkladıkları (Açıklama) kodu başlığı altındaki alt kodlar Koren'in (2004) belirlediği "matematiksel temelli açıklama, uygulama temelli açıklama ve kural temelli açıklama" şeklindeki alt kodlara göre belirlenmiştir. Bu kodlardan kural temelli açıklama kodunu matematiksel düşüncelerden uzak açıklamalar oluştururken, matematiksel temelli açıklama kodunu sadece matematiksel işlem ve kavramlar oluşturmasına göre sınıflama yapılmıştır. Uygulama temelli açıklamalar ise gerçek hayat ile matematiksel kurallar ve kavramların ilişkilendirmeleri çerçevesinde açıklamaları içermiştir. (Koren, 2004; Tural Sönmez, Karacaköylü, 2022). Öğrencilerin oluşturduğu örnek ve çözümler, çözümün doğru ya da hatalı olmasına göre "makul cevap" ve "makul olmayan cevap" şeklinde kategori edilmiştir.

Öğrencilerin veri toplama sürecinde kullandığı matematiksel temsiller Dufour Janvier, Bednarz ve Belanger'in (1987) kategorize ettiği iç temsil ve dış temsil kavramsal çerçevesine uygun olarak kodlanmıştır. Tablo 2' de ikinci sınıf öğrencisinin çıkarma işleminde onluk bozma işlemi için oluşturduğu görsel ve açıklama ile birlikte iç temsil örneği yer almaktadır.

Tablo 3. İç temsil türlerine ilişkin örnek

Temsil türü	Öğrencinin oluşturduğu görsel	Öğrencinin iç temsil açıklama örneği
İç temsil		Çıkarma işleminde onluk bozma tıpkı üç kollu adam gibi. Üçüncü kol aracılığıyla sol koldan sağ kola 10 luk verebiliyor.
Dış Temsil		Problemin cevabı "74-17" işlemsel olarak bu şekilde yapılıyor.

Araştırmanın Geçerliği Güvenirliği

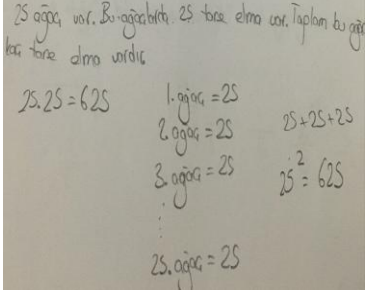
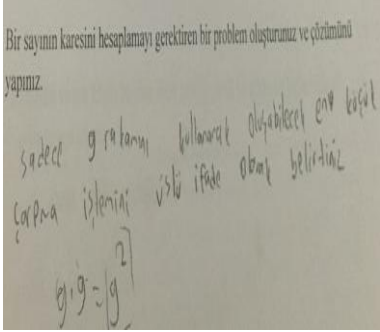
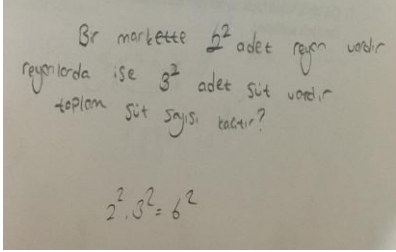
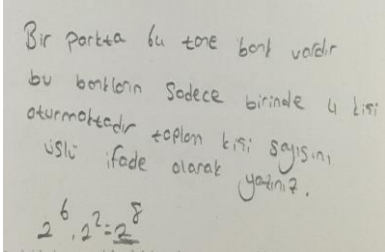
Araştırmanın güvenirlik ve geçerliğini sağlamak için veri üçlemesi yapılmıştır. Yapılan veri üçlemesi; görüşme verisi öğrenci çizimi ve araştırmacı gözlem notu şeklindedir. Bu araştırmada kodlama iki araştırmacı tarafından yapılmış; kodlayıcılar arası fikir birliğine varılmıştır.

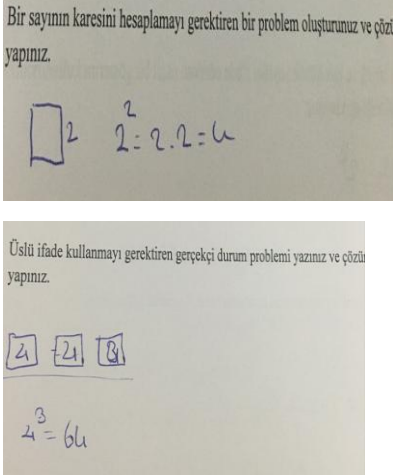
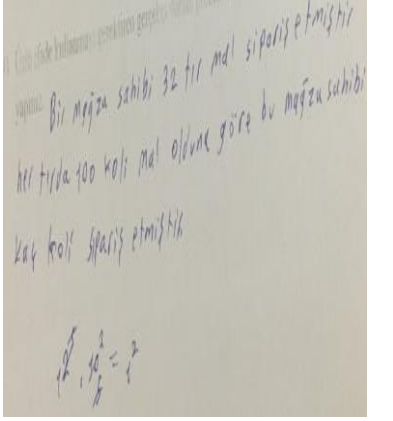
Bulgular

Sekizinci Sınıf Öğrencilerin Üslü İfadeleri Gerçekçi Problemlerle Açıklamaları Üzerine Değerlendirmeler

Uygulanan görüşme sürecinde "Bir sayının karesini hesaplamayı gerektiren bir problem oluşturunuz ve çözümünü yapınız", "Üslü ifade kullanmayı gerektiren gerçekçi durum problemi yazınız ve çözümünü yapınız." sorularına verilen cevaplar incelenmiştir. Öğrencilerin verdiği cevaplar, açıklama ve işlemler araştırmacı gözlem notlarından gelen veriler ışığında aşağıdaki Tablo 4 oluşturulmuştur.

Tablo 4. Öğrencilerin üslü ifadelerle ilişkin çizimleri, diyalogları ve açıklama türleri

Öğrenci	Öğrenci Açıklaması	Diyalog (Açıklama Türüne İlişkin)	Açıklama Türü/Problemin makulluğu
K1		K1: 25 tane ağaç var her ağaçta 25 elma var. Toplam elma sayısını bulurken tek tek 25 leri toplamak gerekir. Bunun yerine çarpma kısa yolunu kullanarak 25×25 yaparız bu da 25 in karesi demektir.	Uygulama Temelli açıklama (Makul cevap)
E1		E1: Sadece 9 rakamı kullanılarak oluşturulabilecek en küçük çarpma işlemi üslü ifade olarak belirtiniz. Araştırmacı: En küçük çarpma işlemi ne demek, nasıl yapmalıyız çözümünü? E1: Çarpma işlemi olması için en az iki sayıyı çarpmalıyız. Soruda en küçük dediği için iki tane 9 rakamını çarpabiliriz. Böylece 9 taban olur üssüne de 2 yazarız.	Kural temelli Açıklama (Makul olmayan cevap)
K2	 	K2: Problemi oluştururken üslü ifadelerden gitmek istiyorum. Bir markette 2^2 reyon, her reyonunda da 3^2 süt vardır. Bu marketteki süt miktarını bulunuz. Çözüm yaparken 2^2 ve 3^2 yi çarpıp 6^2 olarak buluruz sonucu. K2 : Bir parkta 64 tane bank vardır. Bu bankların sadece birinde 4 kişi oturmaktadır. Toplam kişi sayısını üslü ifade olarak yazınız. Çözüm yaparken direkt çarparak gittim. $64, 2^6$ ve 4 de 2^2 çarparsak sonuç 2^8 olur.	Matematik temelli Açıklama (Makul cevap)

K3		K3: Bir kenarı 2 olan karenin alanını bulun. Çözüm yaparken 2'nin karesini bulmuş oluruz. K3: Bir karenin alanı 4 se ve bundan da 3 tane varsa toplam alanı bulalım. Sonuç 4^3 olur. Araştırmacı: Bu problemi günlük hayata uyarlayarak yazabilir miyiz? K3: Yazamam.	Kural temelli açıklama (Makul olmayan cevap)
K4		K4: Bir tane çikolatamız olsun. Bundan 9 tane alacak olursak ve bunun fiyatı da 9 tl olursa o zaman 9^9 tl vermiş oluruz.	Uygulama Temeli Açıklama (Makul olmayan cevap)
E2		E2: Bir mağaza sahibi 32 tır mal sipariş etmiştir. Her tırda 100 koli mal olduğuna göre bu mağaza sahibi kaç koli sipariş vermiştir? Araştırmacı: Sorunun çözümünü yapabilir misin? E2: 32 sayısı 2'nin 5. kuvveti. 100 sayısı da 10'un karesi. Bu sayıları çarpmamız gerekiyor.	Uygulama Temeli Açıklama (Makul cevap)

Tablo 4'te yer alan öğrencilerin çizimleri ve diyaloglar incelendiğinde, 6 öğrenciden 3'ünün makul problemler oluştururken, 3'ünün makul problemler oluşturamadığı ortaya çıkmaktadır. Öğrencilerin karesiyle işlem yapılmak şartıyla oluşturduğu problemlerde K3 ve K4 kodlu öğrencilerin karenin alanından faydalandığı, K1 ve E1 kodlu öğrencilerin tekrarlı çarpımdan faydalandığı, K2 ve E2 kodlu öğrencilerin problem oluşturmadan direkt sayının karesini isteyerek çözümü yaptığı görülmektedir. Gerçekçi durum problemi oluştururken öğrencilerin zorlandığı ve bu duruma uygun problem örneği veremedikleri görülmektedir. Çok büyük ve çok küçük sayı kavramı sorusunda ise K1 ve E1 kodlu öğrencilerin 10'un kuvvetini kullanarak, K2 kodlu öğrencinin bilimsel yöntemi kullanarak, K3 kodlu öğrenci çok büyük sayıya 512 , çok küçük sayıya ise $0,0002$ örneğini vererek, K4 kodlu öğrencinin çok büyük sayıya 10^4 , çok küçük sayıya 2^4 örneklerini vererek, E2 kodlu öğrencinin çok büyük sayıya 10^{10} , çok küçük sayıya 10^2 örneğini vererek cevaplandıkları görülmektedir.

Öğrencilerin üslü ifadeler konusundaki bağlamsal düşüncelerini açıklama türlerine göre K1,E1,K4,E2 kodlu öğrencilerin *uygulama temelli açıklama*, K2 kodlu öğrencinin *matematiksel temelli açıklama*, K3 kodlu öğrencinin ise *kural temelli açıklama* yaptığı görülmektedir. Uygulama temelli açıklama yapanlardan K1 ve E2 kodlu öğrencinin makul cevap verdiği, E1 ve K4 kodlu öğrencilerin makul cevap veremediği, matematiksel temelli açıklama yapan K2 kodlu öğrencinin makul cevap verdiği, kural temelli açıklama yapan K3 kodlu öğrencinin makul olmayan cevap verdiği görülmektedir. Öğrenciler zihinlerinde üslü ifadelerle ilgili bilişsel şemalar oluşturamadıkları, modellemeler yapamadıkları görülmüş ve temsil türleri *dış temsil* olarak belirlenmiştir.

Öğrencilerin Negatif Üs Kavramına İlişkin Açıklamaları

Uygulanan görüşme sürecinde “ 2^{-3} ün değerini bulunuz ve işleminizi nasıl yaptığınızı açıklayınız.” sorusuna verilen cevaplar incelenmiştir. Öğrencilerin verdiği cevaplar, yaptıkları çizimler, araştırmacı gözlem notlarından gelen veriler ışığında Tablo 5 oluşturulmuştur.

Tablo 5. Öğrencilerin negatif üs kavramına ilişkin açıklamaları		
Öğrenci	Diyalog	Açıklama Türü
K1	K1 : “İlk önce ters çeviririz.” Araştırmacı: “Ters çevriliyor derken?” K1: “Yani 2^3 alta geliyor, yukarı 1 geliyor. Alta gelince de eksi 3 artı oluyor ve 2^3 ün değeri 8 oluyor. Sonuç $\frac{1}{8}$ ”	Kural Temelli
E1	E1: Buradaki eksi 1 bölü haline getirmem gerektiğini gösteriyor. O yüzden $\frac{1}{2}$ olarak yazarız ve -3 artık 3 olur. Bir sayının küpünü bulurken sayıyı üç kere çarpmamız gerekir $\frac{1}{2}$ yi üç defa yan yana çarparsak da sonuç $\frac{1}{8}$ olur.	Kural Temelli
K2	K2: Negatif üstten kurtulmak için pay ve payda yer değiştiriyor. Araştırmacı: Buradaki (2^{-3}) pay ve paydayı gösterir misin? K2: 2^{-3} nin altında gizli 1 var. O yüzden paydadaki 1 paya geçiyor, Paydaki 2 de paydaya geçiyor.	Kural Temelli
K3	K3:Üs eksi olduğunda 1 bölü şeklinde yazılır ve eksiden kurtulunur. Burada üs -3 olduğu için ve 3 tek sayı olduğu için sonucun başına tekrar eksi koyarız. Araştırmacı: Peki $\frac{2}{3}$ ün -2. Kuvvetini hesaplar mısın? K3: Yine 1 bölü şeklinde yazarız. $\frac{2}{3}$ paydaya gelir karesini alınca $\frac{4}{9}$ olur. 1’ i de $\frac{4}{9}$ a bölersek ters çevirip çarpmış oluruz. Sonuç $\frac{9}{4}$ olur.	Kural Temelli
K4	K4:Üs eksi olduğu için 1 bölü şeklinde yazıyoruz. Pozitifleştirilmiş oluyoruz o yüzden $2^{-3} = \frac{1}{8}$ oluyor.	Kural Temelli
E2	E2: $2^{-3} = -2 \cdot -2 \cdot -2 = -8$ olur. Negatif üs sonucu negatif yapıyor.	Kural Temelli

Tablo 5 incelendiğinde K1, E1, K2 ve K4 kodlu öğrencilerin pay ve paydanın yer değiştirmesinden bahsettiği (ters çevirmek), K3 kodlu öğrencinin işlemi 1 bölü şeklinde yaptığı, E2 kodlu öğrencinin ise negatif üssün sonucun işaretini değiştirdiğini savunduğu

görülmektedir. Öğrencilerin negatif üs sorusuna verdiği cevaplara göre tüm öğrencilerin *kural temelli açıklama* yaptığı görülmektedir.

Öğrencilerin Üslü İfadeleri Örüntüler ile Açıklamaları

Bu başlık altında öğrencilerin “Üslü ifadelerden oluşan sayı örüntüsü oluşturunuz.” sorusuna verdiği cevaplar incelenmiş ve Tablo 6 oluşturulmuştur.

Tablo 6. Öğrencilerin negatif üs kavramına ilişkin açıklamaları

Diyaloglar	Açıklama Türü / Şekil modellemesine uygunluğu
K1: 4'ün sıfırncı kuvveti, 4'ün 1.kuvveti, 4'ün 2.kuvveti. Hep 4 kat arttığı için örüntü oluşturmuş olur. Kareler çizerek oluşturabiliriz. 4'ün karesi, 8in karesi,16nın karesi gibi.	Matematik temelli Açıklama /Şekil ile modelleme içermeyen
E1: Önce bir taban seçmeliyim. 3 ü taban olarak alıp başlayalım. 3 ün 1. kuvveti, aşağıya da değerini yazalım 3. Sonra 3ün karesi 9,küpü 27 şeklinde yazılır. Örüntüde üs arttıkça alttaki sayı da tabanla çarpılarak artar.	Matematik Temelli Açıklama/Şekil ile modelleme içermeyen
K2: $\frac{1}{32}$ 'den başlayarak payı 2şer arttırıp oluşturacağım örüntüyü. Örüntüm ; $\frac{1}{32}, \frac{3}{32}, \frac{5}{32}, \dots$ şeklinde olacak.	Matematik temelli Açıklama /Şekil ile modelleme içermeyen
K3: $4^1, 4^2, 4^3 \dots$ şeklinde bir örüntü oluşturabiliriz. Kare çizip alanından gösterebiliriz belki.	Matematik Temelli Açıklama/Şekil ile modelleme hatalı olan
K4: Şekille yapsam. Mesela 3 tane kare onun üstüne de 2 tane üçgen  şeklinde. koyuyum.	Kural Temelli Açıklama/ Şekil ile modelleme hatalı olan
E2: 2, 8, 14, 20, 26.. örüntüsünü oluşturabiliriz. Araştırmacı: Üslü ifade olarak nasıl ifade ederiz bu sayıları? E2: 2nin küpü 8 dir. Araştırmacı: 14,20,26 sayılarını üslü olarak nasıl yazarız? E2: Hepsi 2nin katları olduğu için ben örüntüyü öyle yaptım.	Kural Temelli Açıklama/ Şekil ile modelleme içermeyen

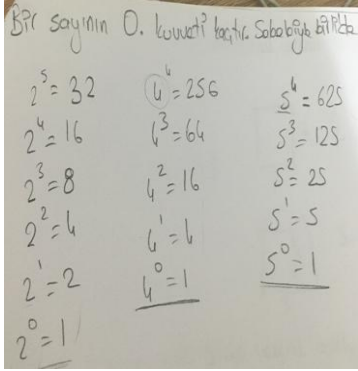
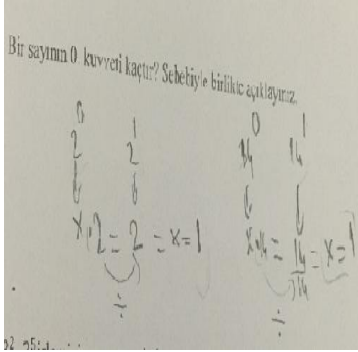
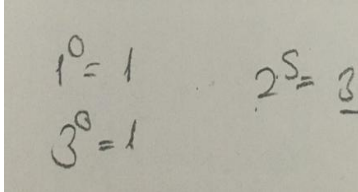
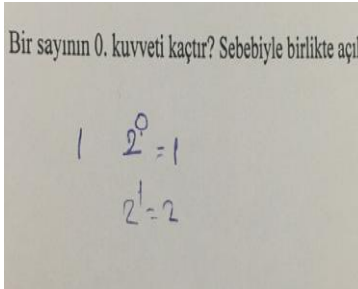
Diyaloglar ve çizimler incelendiğinde öğrencilerin şekil kullanarak bağlamla ilişkili modeller üzerinden örüntü oluşturmakta zorluk çektikleri fark edilmektedir. K1,E1,K3 kodlu öğrencilerin örüntüyü oluştururken üssü 1 arttırarak oluşturdukları; K2,K4 ve E2 kodlu öğrencilerin ise örüntüyü tam anlamıyla oluşturamadıkları görülmektedir. Öğrencilerin verdikleri cevaplar incelendiğinde K1,E1,K2 ve K3 kodlu öğrencilerin *matematiksel temelli açıklama* yaptığı, K4 ve E2 kodlu öğrencilerin ise *kural temelli açıklama* yaptığı görülmektedir.

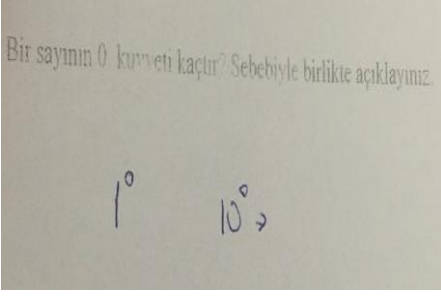
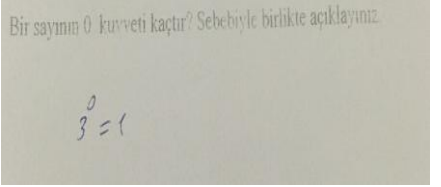
Öğrenciler karşılaştıkları negatif üs kavramını zihinlerinde içselleştirip, özgün şemalar, modellemeler oluşturmadıkları için temsil türleri *dış temsil* olarak belirlenmiştir.

Öğrencilerin Sıfıncı Kuvvete İlişkin Açıklamaları

Yapılan görüşmede öğrencilerin “Bir sayının sıfıncı kuvveti kaçır? Sebebiyle birlikte açıklayınız.” sorusuna verdiği cevaplar incelenmiş ve Tablo 7 oluşturulmuştur.

Tablo 7. Öğrencilerin sıfıncı kuvvet kavramını açıklama türüne ilişkin çizimleri ve diyalogları

Öğrenci	Öğrenci Çizimleri	Diyaloglar	Açıklama Türü -Temsil Türü
K1		K1: Örnek vererek açıklayım. $2^5 = 32$, $2^4 = 16 \dots 2^0 = 1$ şeklinde bulunur. Üssü 1 azaltarak gidince değeri tabandaki sayıya bölünerek gidiyor. O yüzden hangi örneği verirsek verelim 0. kuvvet 1 çıkacaktır.	Matematik Temelli Açıklama – Dış Temsil
E1		E1: 2^0 ve 2^1 den yola çıkalım. Burada taban 2 olduğu için 2'yle çarpılarak ilerlemesi gerekir. Denklem kurmak gerekirse 2^0 a x deriz 2^1 de 2 ye eşit. O halde $x \cdot 2 = 2$ olmalı. Buradan $x=1$ çıkar. Yani sıfıncı kuvvet 1 olur.	Matematik Temelli Açıklama- Dış Temsil
K2		K2: Sadece sıfır kez oluyor ve hiç birşeyi sıfırla çarpıyoruz. Zaten üs kaç kere çarpıldığını gösteriyordu. Bir sayıyı hiçbir şeyle çarpmazsak direk 1 olur.	Kural Temelli Açıklama – Dış Temsil
K3		K3: 0. kuvvet 1 dir. Çünkü mesela 2^0 da 2 çarpılmadığı için 1 oluyor.	Kural Temelli Açıklama- Dış Temsil

K4		K4: Belirsizdir. Çünkü 0 Kural Temelli çarptığımızda yutuyor o yüzden Açıklama- Dış belirsiz oluyor. Temsil
E2		E2: Bir sayının sıfıncı kuvveti 0'dır. Kural Temelli Sıfır yutan elemandır çünkü. Bir Açıklama- Dış dakika! Yanlış söyledim. 1. kuvveti Temsil kendisiydi 0. Kuvveti de 1 oluyordu. Derste öyle görmüştük.

Tablo 7'de K1, E1, K2, K3 kodlu öğrencilerin diyalogları incelendiğinde sıfıncı kuvvetin 1 olduğunu açıklamaya çalıştıkları görülmektedir. Sıfıncı kuvveti K1 kodlu öğrencinin üsleri azaltarak açıkladığı, E1 kodlu öğrencinin denklem kurarak sıfıncı kuvveti bulduğu, K2 ve K3 kodlu öğrencilerin üst sıfır olduğunda hiçbir şeyin çarpılmadığını bu yüzden değerinin 1 olduğunu savunduğu görülmektedir. K4 ve E2 kodlu öğrencinin 0'ın yutan eleman özelliğinden dolayı sıfıncı kuvvetin 1 olduğunu görülmektedir. Tablo 8'e göre öğrencilerin açıklama türlerine bakıldığında; K1 ve E1 kodlu öğrencilerin sıfıncı kuvveti *matematiksel temelli* açıkladığı, K2, K3 ve K4, E2 kodlu öğrencilerin *kural temelli* açıkladığı görülmüştür. Öğrencilerin ifadelerinde sıfıncı kuvvete ilişkin zihinlerinde içselleştirip, özgün şemalar, modellemeler oluşturamadıkları için temsil türleri dış temsil olarak belirlenmiştir.

Sonuç, Tartışma ve Öneriler

Ortaokul sekizinci sınıf öğrencilerinin üslü ifadeler konusundaki kavramları açıklama türlerini ve temsil türlerini belirlemeye yönelik hazırlanan bu çalışma ile öğrencilerin bir sayının karesini hesaplayabildiği fakat bununla ilgili problem oluşturmakta zorluklar çekebildikleri görülmüştür. Bir sayının karesinin hesaplanması denildiğinde öğrencilerin çoğunlukla aklına sadece bir kenarı verilen kare şeklinin alanını hesaplaması problemi geldiği ortaya çıkmıştır. Öğrencilerin uygulama temelli açıklamalarına fırsat oluşturabilecek üslü ifadeyi gerçekçi bir durum ile açıklama esnasında öğrencilerin tamamının bir süre çözüme başlayamadığı ve problem oluşturamadığı görülmüştür. Öğrencilere düşünmeleri için süre verildikten sonra oluşturulan problemler incelenmiş, altı öğrenciden üçünün konuya ilişkin makul açıklamalar yapabildiği görülmüştür. Düzgün ve İpek de (2023) üslü ifadeler ile yaptığı çalışmada varsayımda bulunma sürecinde fark ettikleri ilişkileri sözel olarak ifade edebilen öğrencilerin varsayımlarını genelleme sürecinde cebirsel olarak ifade edememelerini ortaya koymuştur. Öğrencilerin üslü ifadelerle ilişkin makul açıklamalar yapamamalarının nedeninin araştırılması için ders kitabı incelemeleri ve öğretme sürecine odaklanan araştırmaların yapılması önerilebilir.

Sekizinci sınıf öğrencilerinin üslü ifadeler içeriğinde oluşturdukları problemler incelendiğinde dört öğrencinin uygulama temelli açıklama yaptığı, bir öğrencinin matematik temelli açıklama yaptığı, bir öğrencinin de kural temelli açıklama yaptığı görülmüştür. Çok büyük ve çok küçük sayılara örnek vermeleri istendiğinde öğrencilerin bağlamsal düşünemediği, çok büyük ve çok küçük sayıları bilimsel ve gerçekçi olarak örneklendiremedikleri görülmüştür. Öğrencilerin üslü ifadelerle ilgili karşılaştığı, tecrübe ettiği durumları zihinlerinde modeller ve şekiller oluşturamadıklarından dolayı iç temsille ilgili ifadelerle rastlanmamıştır. Öğrencilerin üslü ifadelerle yönelik gerçekçi ve bilimsel örnekler oluşturamamaları literatür ile paraleldir. Karadeniz ve Çalışkan'ın (2023) çalışmasında çok büyük ve çok küçük sayılar hakkında öğrencilerin %41,67'i aşırı özelleme, %36,11'i kısıtlı algılama, %19,44'ü yanlış tercüme ve %2,78'i aşırı genelleme türünden kavram yanlışlarına sahip oldukları sonucunu destekleyebilir. Benzer biçimde, araştırmanın bulguları Aydın ve Temel'in (2012) altıncı ve yedinci sınıf öğrencileriyle yaptığı çalışmada çok büyük sayılara ilişkin "Elektronlar çekirdek etrafında 2,18x10⁸ cm/s hızla dönerler.", "Bir ışık yılı 9,46x10¹² km'dir." ifadelerini anlamsız buldukları ve bu ifadeleri anlamada zorlandıkları bulgularını destekleyebilir.

Öğrencilerin negatif üs kavramına ilişkin görüşleri incelendiğinde dört öğrencinin pay ve paydanın yer değiştirmesinden bahsettiği (ters çevirmek), bir öğrencinin işlemi "1 bölü .." şeklinde yaptığı, bir öğrencinin ise negatif üssün sonucun işaretini değiştirdiğini savunduğu görülmüştür. E2 kodlu öğrencinin cevabı literatürle paraleldir. Crider de (1998) bazı öğrencilerin negatif üslü ifadelerin değerini düşünürken üstteki eksi işaretini düşünmeden hesaplama yapıp elde ettikleri sonucun başına eksi işaretini koyduklarını ($3^6 = 3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3 = 729$ ise $3^{-6} = -729$) ortaya çıkarmıştır. Ayrıca araştırmanın bulguları alan yazın da ifade edilen öğrencilerin sayıların negatif kuvvetlerini belirleyememe, üslü ifadelerde dört işlem yaparken güçlükler yaşama ve taban ile üssü çarparak sonuç bulma gibi kavram yanlışlarına sahip olduklarını desteklemektedir (Baran Bulut, Güveli, & Güveli, 2021; Düzgün & İpek, 2013).

Öğrencilerin üslü ifadeleri örüntüler ile temsil biçimleri incelendiğinde öğrencilerin şekil kullanarak bağlamla ilişkili modeller üzerinden örüntü oluşturmakta zorluk çektikleri fark edilmiştir. Araştırmaya katılan öğrencilere üslü sayıların öğretilmesi kapsamında ne tür örnek ve açıklamalar yapıldığı bilinmemektedir. Bir ihtimal olarak matematik derslerinde üslü ifadeler konusundan bahsedilirken örüntü oluşturma, üslü ifadeyi şekil ya da sembolle temsil etme, sayı doğrusunda gösterme ve benzeri gibi öğrencilerin bağlamsal ilişkiler kurmasını destekleyecek çalışmalara yer verilmemesi yukarıdaki sonucu doğurmuş olabilir. Tüm öğrencilerin oluşturmaya çalıştıkları örüntüler ve yaptıkları modellemeler incelendiğinde zihinlerinde bilişsel şemalar oluşturamadıkları, örüntü ve üslü ifadeler konusu arasında bağlamsal ilişkiler kuramadıkları görülmüştür.

Öğrencilerin sıfırcı kuvvete ilişkin açıklamaları ve temsilleri incelendiğinde iki öğrencinin 0. kuvveti matematiksel temelli açıkladığı, üç öğrencinin kural temelli açıkladığı ve bir öğrencinin de matematiksel temelli ve kural temelli açıklamayı birlikte kullandığı

görülmüştür. Literatürde Cengiz (2006) ve Crider (1998) 'in yapmış olduğu çalışmalarda öğrencilerin bir doğal sayının sıfırıncı kuvvetin değerini hesaplamaya çalışırken kuvvette bulunan sıfır sayısının toplama işlemindeki etkisiz eleman olma özelliğini yanlış yorumlayıp sayının sıfırıncı kuvvetinin değerinin tabanda bulunan sayının kendisine eşit olduğu yanılığına rastlanmıştır. Bu yanılığın düzeltilmesinde aynı taban ve üsse sahip sayıların bölme işlemindeki a^n/a^n ifadesinin değerinin vurgulanması yoluyla yardımcı olunabilir; $a^n/a^n = a^{n-n}=1= a^0$ şeklinde üslü ifadelerde bölme işlemi kullanılarak yapılacak olan açıklama öğrencilerin sıfırıncı kuvveti anlamalarını kolaylaştıracaktır (Crider, 1998).

Ortaokul 8. sınıf öğrencileriyle yapılan bu çalışmada öğrencilerin üslü ifadeleri açıklama ve temsil etme biçimlerinin incelenmesi kapsamında ulaşılan sonuçlara dayanarak, üslü ifadelerle işlemler öğretilirken kuralı ezberlemeye yönelik değil mantığını anlamaya yönelik etkinliklere de yer verilebilir. Üslü ifadelerin öğretiminde işlem becerisinin yanı sıra tahmin etme becerisi, açıklama ve temsil etme becerilerinin geliştirilmesine önem veren uygulamalar yapılması önerilmektedir.

Kaynakça

- Aslan, N. (2018). *Üslü ifadelerle etkinlik temelli öğretimin matematik akademik başarısına, tutumuna ve kaygı-endişe düzeyine etkisi* (Master's thesis, Balıkesir Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü).
- Aydın, F. & Temel, H. (2012). Fen ve Teknoloji Dersi ile Matematik Dersinin Entegrasyonunun Sağlanması: Üslü Sayılar Örneği. 2. Ulusal Eğitim Programları ve Öğretim Kongresi. Bolu
- Baki, M. (2013). Sınıf öğretmeni adaylarının bölme işlemi ile ilgili matematiksel bilgileri ve öğretimsel açıklamaları. *Eğitim ve Bilim*, 38(167).
- Baran Bulut, D., Güveli, E. ve Güveli, H. (2021). Üslü ifadeler konusu ile ilgili üç aşamalı kavram testi geliştirme çalışması. *Cumhuriyet International Journal of Education*, 10(3), 1150-1167. <http://dx.doi.org/10.30703/cije.819260>.
- Bayram, G. (2013). 8. sınıf öğrencilerinin üslü ifadelere ilişkin sayı duyuları ve başarıları arasındaki ilişki. Yayınlanmamış Yüksek lisans tezi, Pamukkale Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü, Denizli.
- Bulut, D. B., Aygün, B. and İpek, A.S. (2018). Meaning of the primary and secondary school students towards equal sign. *Turkish Journal of Teacher Education*, 7(1), 1-16.
- Cengiz, Ö. M. (2006). *Reel sayıların öğretiminde bir kısım ortaöğretim öğrencilerinin yanlışları ve yanlışları üzerine bir çalışma* (Yayınlanmamış Yüksek lisans tezi), Fen Bilimleri Enstitüsü, Atatürk Üniversitesi, Erzurum.
- Crider, M. R. (1998). *The effects of using "splitting" multiplicative structures on students' understanding of integer exponents*. Unpublished PHD Thesis. Texas A & M University.
- Çekmez, E., Güler, M., & Koca, B. S. (2023). İlköğretim Matematik Öğretmeni Adaylarının Öğretimsel Açıklamalarının Matematik Üslubu Açısından İncelenmesi. *Manisa Celal Bayar Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, 11(2), 105-118. <https://doi.org/10.52826/mcbuefd.1317304>.
- Çelik, D. ve Sağlam-Arslan, A. (2012). Öğretmen adaylarının çoklu gösterimleri kullanma becerilerinin analizi. *İlköğretim Online*, 11(1), 239-250.
- Dufour-Janvier, B., Bednarz, N., & Belanger, M. (1987). Pedagogical considerations concerning the problem of representation. In C. Janvier (Ed), *Problems of Representation in the teaching and learning of mathematics* (pp. 109-122). Hillsdale, NJ: Lawrence Erlbaum.
- Dündar, S. ve Yılmaz, Y. (2015). Matematik öğretmen adayları hangi gösterim biçiminde daha başarılıdır? İntegral örneği. *Turkish Journal of Computer and Mathematics Education*, 6(3), 418-445.
- Düzgün, C ve İpek A.S. (2023). Sekizinci sınıf öğrencilerinin üslü ifadelerle ilgili matematiksel düşünme süreçlerinin incelenmesi. *Manas Sosyal Araştırmalar Dergisi*, 12(4), 1249-1269. doi:10.33206/mjss.1272950
- Eroğlu, D. & Tanışlı, D. (2015). Ortaokul matematik öğretmenlerinin temsil kullanımına ilişkin öğrenci ve öğretim stratejileri bilgileri. *Necatibey Eğitim Fakültesi Elektronik Fen ve Matematik Eğitimi Dergisi*, 9(1), 275-307.
- Goldin, G. A. (1998). Representations, learning, and problem solving in mathematics. *Journal of Mathematical Behavior*, 17(2), 137-165.
- Goldin, G. A. & Kaput, J. M. (1996). A joint perspective on the idea of representation in learning and doing mathematics. In L. Steffe, P. Nesher, P. Cobb, G. A. Goldin, & B. Greer (Eds.), *Theories of mathematical learning* (pp. 397-430). Mahwah, NJ: Lawrence Erlbaum Associates, Inc.
- Güzel, S., & Yılmaz, S. (2020). 8. Sınıf Öğrencilerinin üslü ifadeler konusundaki matematiksel dil kullanım düzeyleri ve dile ilişkin görüşleri. *International Journal of Active Learning*, 5(1), 33-56.

- Hafner, J. & Mancosu, P. (2005). The Varieties of Mathematical Explanation. In *Visualization, Explanation and Reasoning Styles in Mathematics*, Edited by: Mancosu, P., Jorgensen, K. and Pedersen, S. 215–250. Dordrecht: Kluwer.
- Hiebert, J., & Carpenter, T. P. (1992). *Learning and Teaching with Understanding*. In D. Grouws (Editör), *Handbook of Research on Mathematics Teaching and Learning* (65-97). New York: Macmillan Publishing Company. <https://doi.org/10.16949/turcomat.55314>
- İncikabi, S. (2017). Çoklu temsiller ve matematik öğretimi: Ders kitapları üzerine bir inceleme. *Cumhuriyet International Journal of Education*, 6(1), 66.
- İncikabi, S. & Biber, A. Ç. (2018). Transitions Among The Representations in The Middle School Mathematics Textbooks. *Kastamonu Education Journal*, 26(3), 729-740
- İpek, A. S.ve Okumuş, S. (2012). İlköğretim matematik öğretmen adaylarının matematiksel problem çözmede kullandıkları temsiller. *Gaziantep Üniversitesi Sosyal Bilimler Dergisi*, 11(3), 681-700.
- İymen, E. (2012). 8. sınıf öğrencilerinin üslü ifadeler ile ilgili sayı duyularının sayı duyusu bileşenleri bakımından incelenmesi, Yayınlanmamış Yüksek Lisans Tezi, Den Bilimleri Enstitüsü, Pamukkale Üniversitesi, Denizli.
- Karadeniz, M. H., & Çalışkan, Y. (2023). Çok Büyük ve Çok Küçük Sayıların Bilimsel Gösterimi ile İlgili Kavram Yanılgıları Nelerdir?. *International Journal of Educational Studies in Mathematics*, 10(2), 142-165.
- Koren, M. (2004). İşaretili sayılar kavramını edinme: Uygulamaya dayalı ve matematiksel temelli açıklamaları birleştirme. *Aleh*, 32, 18-24.
- Lachner, A., & Nückles, M. (2016). Tell me why! Content knowledge predicts processorientation of math researchers' and math teachers' explanations. *Instructional Science*, 44(3), 221-242.
- Merriam, SB (1998). *Eğitimde nitel araştırma ve örnek olay uygulamaları*. Kaliforniya: Jossey-Bass.
- Ortaokul ve İmam hatip Ortaokulu 8. Sınıf Matematik Ders Kitabı (2018). Milli Eğitim Bakanlığı Yayınları
- Ortaokul ve İmam hatip Ortaokulu 8. Sınıf Matematik Ders Kitabı (2021). Milli Eğitim Bakanlığı Yayınları
- Owens, K. D., & Clements, M. A. (1997). Representations in spatial problem solving in the classroom. *Journal of Mathematical Behavior*, 17(2), 197- 218
- Patton, M. Q. (1990). *Qualitative evaluation and research methods*. SAGE Publication
- Piez, C., M. & Voxman, M., H. (1997). Multiple representations-- using different perspectives to form a clearer picture. *Mathematics Teacher*, 90 (2), 164-167.
- Prain, V., & Waldrup, B. (2006). An exploratory study of teachers' and students' use of multi-modal representations of concepts in primary science. *International Journal of Science Education*, 28(15), 1843-1866.
- Satan, N., Aksakal, K., & Ay, Z. (2021). Üslü İfadelerde Yaşanan Kavram Yanılgılarının Olası Nedenleri ve Önlem Önerilerinin Öğretmen Adaylarının Görüşlerine Dayalı Olarak İncelenmesi. *Manisa Celal Bayar Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, 9(1), 32-48. <https://doi.org/10.52826/mcbuefd.853179>
- Sönmez, M. T., & Karacaköylü, M. A. (2022) Matematik Öğretmen Adaylarının Kesirlere İlişkin Özelleştirilmiş Alan Bilgilerinin Öğretim Etkinliklerine Yansıması. *Ahi Evran Üniversitesi Kırşehir Eğitim Fakültesi Dergisi*, 23(Özel Sayı), 330-384.

- Tataroglu Tasdan, B., Erduran, A., and Çelik, A. (2015). A daunting task for preservice mathematics teachers: developing students' mathematical thinking. *Educational Research and Reviews*, 10(16), 2276-2289.
- Temel, Z. (2018). 8. sınıf öğrencilerinin matematiğe yönelik tutum ve kaygılarının üslü ifadeler konusundaki başarıyı yordama gücü, Yayınlanmamış Doktora Tezi, Necmettin Erbakan Üniversitesi, Konya.
- Teresa Munoz Sastre Etienne Mullet, M. (1998). Evolution of the intuitive mastery of the relationship between base, exponent, and number magnitude in high-school students. *Mathematical cognition*, 4(1), 67-77.
- Van der Meij, J., & De Jong, T. (2006). Supporting students' learning with multiple representations in a dynamic simulation-based learning environment. *Learning and Instruction*, 16(3), 199-212.
- Yang Z, Yang X, Wang K, Zhang Y, Pei G and Xu B (2021) The Emergence of Mathematical Understanding: Connecting to the Closest Superordinate and Convertible Concepts. *Front. Psychol.* 12,525493. doi: 10.3389/fpsyg.2021.525493
- Yayla, G. ve Özsevgeç, T. (2015). Ortaokul öğrencilerinin grafik becerilerinin incelenmesi: Çizgi grafikleri oluşturma ve yorumlama. *Kastamonu Eğitim Dergisi*, 23(3), 1381-1400.
- Yeşildere, S. (2007). Öğrencilerin Matematiksel Düşünme ve Muhakeme Süreçlerinin İncelenmesi. *Ankara Üniversitesi Eğitim Bilimleri Fakültesi Dergisi (JFES)*, 40(1), 181-213. https://doi.org/10.1501/Egifak_00000000156
- Yıldırım, Z. & Albayrak, M. (2016). Ortaokul Öğrencilerinin Farklı Temsil Biçimlerine Göre Doğrusal İlişki Konusunu Anlama Düzeylerinin İncelenmesi. *Adnan Menderes Üniversitesi Eğitim Fakültesi Eğitim Bilimleri Dergisi*, 7(2), 11-26.
- Venkat, H. (2015). Mathematical practices and mathematical modes of enquiry: same or different?. *International Journal of STEM Education*, 2(1), 6.
- Zihar, M. (2018). Matematiksel modelleme yöntemiyle 8. sınıf üslü ifadeler konusunun öğretimine yönelik bir eylem araştırması, Yayınlanmamış Yüksek Lisans Tezi, Atatürk Üniversitesi, Eğitim Bilimleri Enstitüsü, Erzurum.